

KMV 模型报告

1. KMV 模型简介

KMV 模型是美国 KMV 公司在 90 年代建立的用于估计借款公司违约概率的模型。KMV 公司在 1984 年就奠定了 KMV 模型的基础计算方式，并于 1999 年进行修改由 Vasicek 发布。KMV 是运用现代期权定价理论建立起来的模型，对传统的信用风险度量进行了重大改革。与传统方法不同点在于，KMV 模型是动态模型，主要采用股票市场的数据以预估公司的信用状况。

2. KMV 的理念

在借贷行为发生之前，有必要对信用进行估值。债权人进行信用估值可以了解债务人资产组合的质量，也能预估特定风险下的债务价值。信用的估值被认为是一个客观的量化过程，它并不依靠特定的人或者委员会来决定，而是通过可观测到的数值，尤其是债务人的资产市价来决定。信用风险应该根据概率学和数学期望来进行计算而不依靠定性的评级。

信用估值模型需要研究债务实体的特性和潜在的破产威胁之间的因果性。进行实证研究，即通过检验许多变量而得到一个结果并不是一个完全合理的方式，因为统计学上的相关性不一定代表因果性，导致该结果不具有预测能力。

信用估值模型建立在现代金融理论基础之上，尤其是期权定价模型。不同性质的负债常常以期权的方式体现，因此期权与公司的资产价值有极为密切的联系。期权定价理论可以决定公司每一项负债的价值，并能预估公司债务的价格。如果信用模型能够准确的描述公司的状态与公司违约可能性的关系，它自然也能反映债务人信用的变化。因此这个模型也能用来监测信用质量的变化，并更早地显示潜在的信用质量恶化。因此，该模型建立在现在而非历史的情况，我们需要通过市场价值而非账面价值来计算信用水平。

传统的分析方法需要详细地检验公司的运营情况，对现金流进行预测并评估公司未来的盈利能力，而 KMV 模型并不需要这些数据。因为市场中的参与者已经进行了这样的分析并且将分析结果反映在公司当前的市场价值之中，公司当前的市场价值表现了市场供求的平衡点，是由市场参与者决定的。即使这个价格并不一定能真正体现公司的基本面情况，KMV 模型也将从这里获取数据，因为一个人或是一个机构很难比市场做得更好，尤其是在一个较为有效的市场内。一旦公司破产，股东是最后获得清偿的，因此如果公司未来的收益有变化，股价能够最先反映这一点，因此研究公开市场的股价变动是极为重要的。

KMV 的理念中认为决定公司是否有足够的现金流偿还利息和到期债务的本金并不重要，重要的是公司资产的市场价值是否足够高。如果公司的资产有足够高的市场价值，公司可以随时通过变卖部分资产而得到偿还债务所需的资金。如果公司不能及时的变卖资产，公司可以继续通过股权融资或者债券融资来筹措资金以偿还债务。所以，公司的偿债能力依靠的是公司未来的市场价值而不是未来的现金流。而这种理念对市场的流动性有较高的要求，在一个流动性不高的市场中，公司变卖财产的能力较弱，现金流对公司的偿债能力是有较为明显的影响，而且很多情况下变卖财产是一种不利消息，对公司的市场价值有负面影响，即使事实上公司有足够的资产偿还债务，在变卖资产的过程中公司的资产价值下跌导致公司剩余的资产无法足额偿还债务。因此，尽管 KMV 理念中强调现金流并不重要，但实际上在现实生活中，尤其是我们关注的中国市场，现金流还是一个重要的考量因素。

公司的价值与公司资产负债表里的资产价格并不一致，公司的价值需要以未来的视角来观察，也就是说公司的价值依靠的是公司的经营活动盈利和风险的预期，理想状态下等于债券的市场价值、股票的市值和其他负债的市场价值之和。公司的价值会不断变化，这种价值反映了市场对公司经营活动的认可程度。由于这些变化是不可预测的，可以将这种变化视作随机过程，服从概率规则。当公司资产的市值低于负债时，公司就无法偿债，因为公司没有办法筹集资金，除非有不只在意公司的经济价值的救助者，比如政府。在这种情况下，公司只能宣告破产，股东会一无所得，债权人会接收资产，债权人的损失是债务的面值与资产市

值之间的差异。估算这种情况出现的可能性和在这种情况下债权人的损失是计算公司信用价值的核心。如果假设公司资产的市值在一段时间内的变化与其过去的变化无关，即在弱式有效市场中，市值的变化将呈现维纳过程。

一个人或是一个机构很难超越市场的分析能力的前提是这个人或是机构相比市场中的其他人没有不对称信息的优势，这种条件很难存在于不发达或者说是非有效性的市场中。一旦有不对称信息的问题存在，握有内幕消息的人士相比于其他人就拥有无可比拟的优势，当市场体现的价格与实际价格相距甚远而当消息曝光后市场价格会剧烈变动，导致市场价格迅速向实际价格靠拢时，该人士理性的做法应是在自己进行操作后再公开市场信息以赚取利润。如果在市场信息没有披露时就用市场的价值来计算违约率，自然不会得到合理的结果。而且一旦有内幕消息会导致公司资产的市场价值剧烈变化，随机过程的假设自然也就不成立，通过 KMV 模型所得的违约率会偏离真实情况。电影《华尔街》中，主角的父亲是航空公司的员工，他得知自己的公司在之前的事故中将被法院判定为没有责任，而市场中除了主角（和主角见到的华尔街的一个大佬）外没有人知道这个消息，市场所显示的股价明显是低估的，以这个价格作为基础并认定未来将是随机过程后得出的该航空公司的违约率是被远远高估的，因为未来随着航空公司没有责任这个重大利好消息的宣布，股价会迅速上涨，上涨后的股价才会随着内幕消息的消失而呈现随机变化，违约率会比之前的数字要低。在现实生活中，针对某一些公司，例如具有垄断性质的公司，其未来的发展可能并不呈现随机过程的状态。比如通用汽车是美国重要的制造业公司，出现利好消息时，公司的股价自然上涨，违约率较低，不利消息出现时，公司的股价会下降，违约率相对较高，但是到了 2008 年金融危机时，通用汽车陷入危机，公司股价暴跌，违约率非常高，但是美国政府考虑到通用汽车雇佣大量工人，让通用汽车倒闭会引起社会不安，出手救助了通用汽车公司，其实际违约率会低于之前的估计，因为人们对美国政府救助通用汽车是没有预期的。在中国，这种事情也需要格外注意，因为某些公司由于对社会的影响太大而导致即使看上去政府不会救助，在陷入危机时政府也会救助，这样会显著降低违约率。而对于一些国企，在发展顺利时国家可能会抽调大量资金去扶持其他公司或进行其他与该公司无关的经营活动，但在发展不顺利时会放手让公司倒闭，如果市场对这种情况没有预期会导致违约率被低估。

3. KMV 模型需要满足的假设

KMV 模型的基础是 Black-Scholes-Merton 期权定价模型，因此，所有 BS 模型中的假设都必须符合。BS 模型中的假设包括：

假设 1：股票价格随机波动，服从对数正态分布。这个假设一般情况下在越发达的市场中约符合，但即使是在不发达的市场中，股票已经是流动性颇高的金融产品，因此这个假设的条件相对来说容易满足。即使初始的股票价格不满足对数正态分布的假设，只要调整过后的股价满足正态分布的假设就能够进行类似的运算，只不过公式中的形式要进行调整。

假设 2：在期权有效期内，无风险利率已知且恒定。这个假设相对而言也容易满足，中国的国债利率，即无风险利率的替代算法，相对而言较为固定。

假设 3：股票不分红。中国股市以不注重分红为主要特征，即使有分红也可以对模型进行改善，使之适应有分红时的情况，因此这个假设在中国市场中较为容易满足。

假设 4：期权是欧式期权。在 KMV 模型中，我们需要的是期权的概念，由于计算的是一年后的违约率，在正常情况下，不太需要考虑提前偿还债务的可能性，因此这个假设条件能够满足。

假设 5：在买卖股票和期权中没有交易成本。在任何一个市场中，买卖股票和期权都是有成本的，然而这个成本随着市场的发展越来越低。股市本身的买卖交易成本就相对较低，即使不能完全减为零在实践中也不会偏离太多。当然，中国市场的交易成本比西方发达国家的交易成本显然要大一些，但与 70 年代的美国相比差距要小很多，如果不是比 70 年代的美

国更小的话,因此虽然中国市场不能完全满足这个假设,我们也可以用 KMV 进行一定的计算。

假设 6: 资产可以无限切割, 交易可以连续进行。这个假设一般情况下不会被人诟病, 即使市场中做不到无限切割资产, 不可切割的部分也并不大, 交易在现在的科技条件下也能够开市后每时每刻的进行, 因此这个假设并不难满足。

假设 7: 可以随意卖空。这个在中国市场显然是不能轻易做到, 也是 BS 公式在中国运用的最大挑战。不过考虑到在计算时我们主要考虑公司的债务问题, 一般情况下公司的负债情况不太需要考虑卖空, 因此 KMV 的计算仍有重要意义。

4. 违约率的计算

在以上的假设条件下, 违约率的计算需要五个数据, 分别为资产的初始价值、资产的预期回报率、资产价值的变化幅度、债务面值和债务期限。

表 3-1 数据与违约率的关系

数据	关系
资产相对于债务的初始价值	负相关
资产价值的变化幅度	正相关
债务期限	由短到长先增加后减小

KMV 原始模型中求值方法:

$$A = C + D + B + S \quad (1)$$

A 为公司资产的市值, C 为公司流动负债的市值, B 为公司短期债务的市值, B 为债券的市值, S 为股票市值。假设 T 为短期债务的到期时间, 并假设流动负债的到期日与短期债务一致, 而长期债务的到期日大于 T。还假设流动负债的偿还优先于短期债务。

随机过程情况:

$$dA = \mu A dt + \sigma A dz, t > 0 \quad (2)$$

μ 和 σ 分别为资产回报率的瞬时平均值和标准差, dz 则是维纳过程的增量。F 为分红和利息的在时段 T 内的总额, 假设在 $t = 0$ 的时候兑付, 则

$$dA(0) = -F \quad (3)$$

当 $t > 0$ 时, 资产市值服从对数正态分布, 则

$$E(\log A(t) | A(0) = A) = \log(A - F) + \mu t - \frac{1}{2} * \sigma^2 * t \quad (4)$$

$$\text{Var}(\log A(t) | A(0) = A) = \sigma^2 * t \quad (5)$$

当违约出现时

$$A(T) < D_T + C_T$$

违约的概率 p 则为

$$p = P[A(T) < D_T + C_T | A(0) = A] = P[\log A(T) < \log(D_T + C_T) | A(0) = A] \quad (6)$$

最终 p 为

$$p = N\left(\frac{\log(D_T + C_T) - \log(A - F) - \mu t + \frac{1}{2} * \sigma^2 * t}{\sigma * \sqrt{T}}\right)$$

N 为累计正态分布公式。

KMV 在实践中可行的计算方法: 可分为四个步骤。

步骤 1: 决定用于计算的违约点 D。违约点 D 需要将短期债务和长期债务考虑进去。KMV 公司的计算方式为加总所有的短期负债 (即到期日小于 1 年的) 的面值加上 50% 长期债务的面值, 这是 KMV 公司所用的方法, 可根据中国国情调整。

步骤 2: 将 D 点代入计算公司股票价值和波动率的公式然后算出公司价值和波动率。经

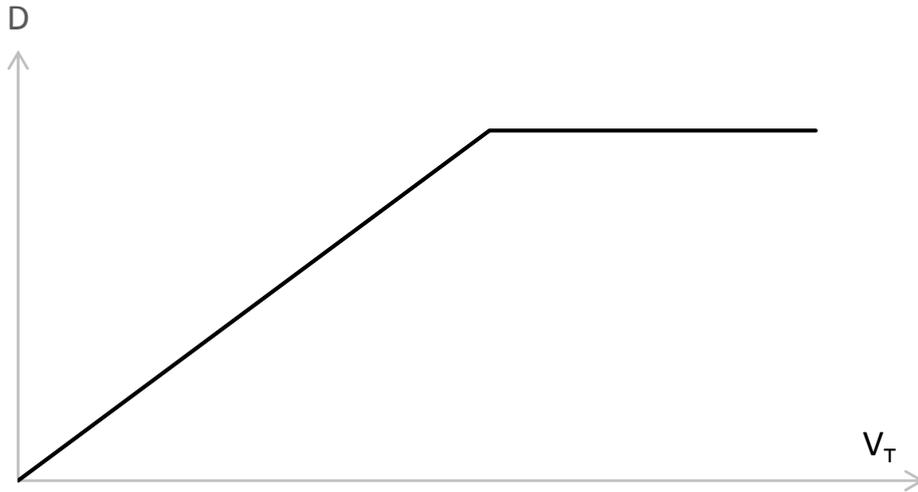
过步骤 1 的化简，公司的债务 D 可以被看作是在 T 到期的无息债券，那么债权人的债券回报便是：

$$\text{Debt holder} = \begin{cases} D, & \text{if } V_T > D \\ V_T, & \text{其他} \end{cases}$$

然后可以推出：

$$\text{Debt holder} = D - \max\{D - V_T, 0\}$$

这种形式可以看成是以 D 为成交价的卖出看跌期权，其图像是



根据 Black-Scholes-Merton 期权定价模型，它的价值应为：

$$P = e^{-r(T-t)} * D * N(-d + \sigma * \sqrt{T-t}) - V_t * N(-d)$$

其中 d 为：

$$d = \frac{1}{\sigma * \sqrt{T-t}} * \left[\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r + \frac{1}{2} * \sigma^2\right) * (T-t) \right], r \text{ 为无风险收益}$$

因为公司资产价值等于公司负债加公司所有者权益，而公司负债的值已如上所示，所有者权益的价值为：

$$E = \begin{cases} V_T - D, & \text{if } V_T > D \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

可以得出：

$$E_t = f(V_t, \sigma) = V_t * N(d) - e^{-r(T-t)} * D * N(d - \sigma * \sqrt{T-t})$$

$$\sigma_e = \sigma * V_t * \frac{N(d)}{f(V_t, \sigma)}$$

而 E_t 和 σ_e 是公开的市场信息 (E_t 可以公开获得而 σ_e 可以通过历史数据算出，如过去一年的情况)，尤其是对于上市公司来说，如果是非上市公司，则应该找对应公司的上市数据或者通过该公司的各种情况预估它的市场价值。因为公司的所有者权益相对而言更容易得到，因此需要将债务的情况化为所有者权益来进行计算。上式中共有两个方程，而未知数也有两个，分别为 σ 和 V_t ，因此可以得出两个未知数的值。

步骤 3: 得到所需要的数值后，确定需要多少个标准差的变化使得公司价值落在 D 点以下，这就是到违约的距离 δ 。

$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{D}\right) + \left(r_t - \frac{1}{2} * \sigma^2\right) * (T-t)}{\sigma * \sqrt{T-t}}, r_t \text{ 为公司价值的增长率}$$

步骤 4: 在 KMV 数据库中寻找有多大比例的距离为 δ 的公司真正在一年内违约了, 这个得出的比例就是我们所计算的公司真正的违约概率。也可通过正态分布的假设进行 p 值的计算, 公式为:

$$EDF = N(-\delta)$$

这是一个标准化的计算过程, 其内容可以进行小的修改, 比如在步骤 4 之后根据企业所处的环境和企业自身的其他要素进行修改, 或者在步骤 1 时选择合适的比例, 再或者在步骤 4 中建立自己的数据库, 当然也可以在步骤 2 和 3 中根据假设的不同修改方程, 这些调整也可以同时进行。

5. KMV 模型的缺陷

就目前而言, KMV 模型的缺陷在理论上至少有三点。第一点是 KMV 模型要求在违约的情况下具有绝对的优先权设定。第二点是在违约时规定不能有再商议的情况。第三点是将公司清算时是零成本。这些缺陷虽然存在, 但多与违约后的情况相关¹, 对计算违约率的关系并不大, 且我们可以进行事后调整, 因此总体来说 KMV 模型是可以被用于计算实际生活中发生的情况。而且这些问题随着学界的研究进一步得到解决, 例如 Longstaff 和 Schwartz(1995)、Anderson 和 Sundaresan (1996) 等放宽了 BS 模型的假设, 使得模型相对现实生活的拟合程度越来越高。KMV 的其他缺陷包括不能用于计算主权债务的风险(这也不是我们的关注点)、不太能够计算市场上的信用衍生品的风险(到目前为止信用衍生品在我国刚刚起步, 对这个需求不大, 且计算信用衍生品的风险有其他的算法, 不一定需要 KMV 模型的帮助)以及假设条件有些多(尽管事实上这些假设并没有严重阻碍 KMV 模型的应用)等等。KMV 在中国应用的主要障碍在于非流通股股票, 由于非流通股股票的存在, 其价值不容易被预估。如果假设非流通股股票的股价与流通股股票股价相同, 违背了经济学供求关系决定价格的原理, 容易高估股价, 因此当非流通股股票出现时需要进行一定的测算, 可能会导致 KMV 模型测算出来的结果与真实价值差异较大。

6. KMV 模型的优势

KMV 模型的优势在于它本身的理念。金融学相对而言更为肯定市场的价值, 也更偏向于使用市场的数据而非会计报表。这个模型本身建立在可靠的逻辑之上, 并且不仅强调相关性也强调因果性, 以未来的视角看待问题更是符合金融学的主流理论, 并很大程度上符合现实生活中的情况。KMV 模型所使用的数据更是容易查找, 可以说具有非常高的可操作性。根据目前的研究来看, 部分学者认为 KMV 模型的有效性较高但部分学者认为 KMV 模型的有效性不高, 下面一个章节就对 KMV 模型在实践中的应用, 即有关 KMV 模型的实证研究进行介绍。

7. KMV 模型的实证研究

Vassalou 和 Xing (2004) 是第一篇针对违约模型进行实证研究的文章, 他们认为 KMV 模型是有效的。这一点也在 Hillegeist et al. (2003) 里的论文有所体现, 特别是他们检验了多个计算破产率的方法, 发现 KMV 的方法在理论和实践中都更为有效。

Bharath 和 Shumway (2004) 是研究 KMV 模型的重要文章, 他们得出的结论是 KMV 模型所用的指标是较为准确的, 但他们怀疑是否需要复杂的公式来得出违约率而不使用较为简单的方法。简单的方法如下所示:

首先, 公司债务的市值和公司债务的账面值相等, 即

$$V_d = \text{Facevalue } D$$

然后, 因为公司的债务风险和股票风险具有相关性, 债务的波动为:

$$\sigma_d = 0.05 + 0.25 * \sigma_e$$

¹ 我们可以把再商议本身当作违约的情况来看, 也可以认为尽管对个体公司来说绝对优先权的设定不一定符合情况, 但对于公司整体而言在结构相对不复杂的中国企业中不常见, 还可以认为即使清算成本在绝对数额上较大但实际上占比并不高, 总体来说对违约率的影响不算大, 但对于违约发生时债权人的损失方面影响更大。

那么，公司资产市值的波动率为

$$\sigma_v = \frac{E}{E + V_d} * \sigma_e + \frac{V_d}{E + V_d} * (0.05 + 0.25 * \sigma_e)$$

且，公司资产市值的增长率与前一年保持一致，即

$$r_t = r_{t-1}$$

$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{E + V_d}{V_d}\right) + (r_{t-1} - 0.5 * \sigma_v^2) * (T - t)}{\sigma_v * \sqrt{T - t}}$$

$$\text{EDF} = N(-\delta)$$

他们进行了两个方法的比较，发现两个方法的相关系数达到 85%，他们还发现在加入其它变量，诸如股价、债券等，简单方法仍对违约率有影响而复杂的 KMV 模型的 beta 趋近于 0，说明简单方法在特定情况下优于复杂方法。

Huang (2010) 对中国三家大银行，中国银行、中国工商银行和中国建设银行进行了风险分析，使用了 KMV 模型，得到建设银行风险较大的结论。他用的方法与 KMV 公司略有不同。因为他针对的是银行，他首先进行公司价值的预估，在预估价值时，用的是贷款 (loan) 而非违约点。第二步才计算违约点，与 KMV 公司所用的步骤相反。第三步则与 KMV 公司所用的方法理念相同，但舍弃了预估公司价值增长率这一步而是直接预估公司的期望值，然后运用简单的 t-检验方式而非 B-S 模型来计算违约的距离。由于中国缺乏完整的数据库，第四步他并没有进行，而是直接通过第三步的结果进行比较。Lu (2010) 则使用修改过的 KMV 模型对 15 家公司的违约率进行了分析，且进行了较为独特的假设，最终得到了公司价值与公司股价有较为密切关系的结果。Zhou 和 Hui 则用江苏省的数据套用到 KMV 模型中，认为债务数额应该尽可能降低，也是使用 KMV 模型的案例。

除了中国大陆的学者，台湾学者也对此进行了实证研究。Lee (2009) 以台湾的上市数据得出了违约率，并验证了自己的方法，同时说明了 KMV 模型的意义。

8. KMV 迭代过程介绍。

Bharath 和 Shumway (2004) 在对 KMV 模型进行实证研究时提出了详细的计算公司价值、波动率和价值增长率的方法。

第 4 部分的公式显示想要通过 KMV 模型计算违约率至少需要五个值，分别为公司的现值，公司债务的现值，公司价值的波动率，公司价值的增长率和时间。公司的现值、公司价值的波动率和公司现值的增长率是需要复杂计算得到的，而计算这些值需要公司的股权价值、无风险利率和公司股权价值的波动率。

一般情况下，KMV 模型用于 1 年期的计算，因此，T 为 1。公司的股权价值就是公司的市值，而计算公司股权价值波动率的方法是计算当日截止的过去一年股价的标准差，以天为计算单位。公司的无风险利率在美国可以用一年期美国国债的利率，针对中国，无风险利率可以用 1 年期中国国债的利率来表示。公司债务的现值之前提到可以用特别的方法计算，而公司的现值可以通过之前提到的联立方程组来解决。因此，现在的任务就是计算公司价值的波动率和价值增长率。

因为公司的股价变化迅速，如果只看一天的股价会导致计算违约率时偏差较大，因此，需要过去一年的数据并通过迭代的方式得到较为稳定的公司价值的波动率和公司价值的增长率。

首先，公司价值的波动率的初始值 $\sigma_v = \sigma_e * \frac{E}{E+D}$ ，然后用这个值和 B-S 期权定价公式计算出公司上一年每天的资产价值。通过资产价值可以计算出资产价值的回报率然后用这个回报率来生成新的 σ_v 和 r_t 。最后直到相邻 σ_v 的差值小于特定数值，一般是 0.001 时，结束迭代

过程，然后得出所需的值。

9. 举例说明

以 A 股上市公司华远地产（股票代码：600743）为例。经过测算，华远地产资产市场价值为 257.95 亿；公司连续增长率根据历史数据推算为 4.89；债务量约为 148.76 亿，那么它的 $\delta = 1.57$ ，由于缺乏数据库，现在无法将这个值转化为违约率，但是根据标准正态分布情况来看这个值约为 11%；由于该公司增长率为负，导致它违约率看起来较高。具体计算过程会以附件的形式给出²。具体迭代过程的代码请参照 Vassalou 和 Xing（2004）的论文，他们使用了 SAS。而计算华远地产时用到了他们提到的技巧，但并没有完整重复他们的做法。

10. 总结

KMV 模型相较于传统的模型，使用了更多的市场数据，也更好地量化了公司的违约风险。该模型建立在 B-S 和 Merton 模型的基础上，计算过程相对复杂，但其核心思想并不难以理解。尽管 KMV 模型建立在诸多假设之上，它在现实世界中仍有较为广泛的应用。学界和业界对 KMV 模型的研究也比较多，既包括理论上的也包括实证研究。诸多学者也在 KMV 模型之上提出了更多的改进意见。为了让 KMV 模型适用于我国，需要做多方面的改进，包括对公司价值的测算、违约数据库的应用、债务的认定和对未来增长率的考量。随着我国违约情况的增多，KMV 模型将有较为广阔的市场前景，但面临的困难仍然较大。

11. 参考资料

Bharath, S. T., & Shumway, T. (2004, December). Forecasting default with the KMV-Merton model. In AFA 2006 Boston Meetings Paper.

Hillegeist, S. A., Keating, E. K., Cram, D. P., & Lundstedt, K. G. (2004).

² 请参照 excel 表。

Assessing the Probability of Bankruptcy. *Review of Accounting Studies*, 9(1), 5-34.

Huang, F., Sheng, Y., & Li, Z. (2010). Evaluation of Default Risk based on KMV Model for ICBC, CCB and BOC. *International Journal of Economics & Finance*, 2(1).

Jarrow, R. A., & Turnbull, S. M. (2000). The intersection of market and credit risk. *Journal of Banking & Finance*, 24(1), 271-299.

Lee, W. C. (2011). Redefinition of the KMV Model's Optimal Default Point based on Genetic Algorithms - Evidence from Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 10107-10113.

Merton, R. C. (1973). On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, 29(2), 449-70.

Merton, R. C., & Samuelson, P. A. (1974). Fallacy of the log-normal approximation to optimal portfolio decision-making over many periods. *Journal of Financial Economics*, 1(1), 67-94.

Sundaram, R. K. (2001). The Merton/KMV approach to pricing credit risk. *Extra Credit*, 59-68.

Vassalou, M., & Xing, Y. (2004). Default Risk in Equity Returns. *Journal of Finance*, 59(2), 831-868.

Zhou, T., & Hui, G. (2015). Credit risk analysis of local government financing platform - an empirical study based on kmv model. *SHS Web of Conferences* (17).